УДК 681.511.42.037.5(045)

О.О. Абрамович, к.т.н., Н.В. Білак, к.т.н.
(Національний авіаційний університет, Україна)

Оптимізація законів управління в дискретних системах

Пропонується метод досягнення компромісу між робастністю і якістю систем керування при номінальних і параметрично збурених моделях об'єкта в детермінованому і в стохастичному випадках. Для рішення задачі використовується багатомодельний H_2/H_∞ підхід робастної оптимізації, а саме для дискретної моделі.

Для забезпечення працездатності системи в умовах польоту при конструюванні законів управління необхідно домагатися компромісу між точністю системи і її робастністю. З цією метою застосовується H_2/H_∞ багатомодельний підхід. Застосування H_2/H_∞ багатомодельного підходу базується на використанні H_2-норми як загальноприйнятої оцінки якості системи [6] як при детермінованих так і при випадкових збурюваннях, а також H_∞-норми функції комплементарної чутливості системи як оцінки її робастності [7]. Описані в літературі процедури H_2/H_∞- оптимізації [3-5] розроблені в основному для неперервних систем, тому кінцевою метою дійсної статті є безпосереднє застосування цього підходу до системи з дискретним часом.

Забезпечення номінальної якості і робастної стійкості можна досягти, використовуючи складний критерій оптимізації, що включає (з відповідними ваговими коефіцієнтами) H_2-норми, обчислені як для детермінованого так і стохастичного випадків, а також вищезгадану H_∞-норму, причому всі ці норми обчислюються як для номінальної , так і параметрично збурених моделей об'єкта управління [3]. Це дозволяє регулювати внески детермінованої і стохастичної частин у мінімізований показник якості, у той час, як поєднуючи в один критерій оптимізації H_2- і H_∞-норми можна досягти компромісу між вимогами до придушення зовнішніх (координатних) і внутрішніх (параметричних) збурювань [7,9].

Складний критерій оптимізації містить у собі наступні компоненти:

1) H_2-норма для кожної моделі дискретної системи управління (номінальної і параметрично збуреної) у детермінованому випадку:

$$J_d = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty}[X^T(k) \cdot Q \cdot X(k) + u^T(k) \cdot R \cdot u(k)]} \qquad (1)$$

2) H_2- норма для кожної моделі в стохастичному випадку:

$$J_s = \sqrt{E_M[X^T(k) \cdot Q \cdot X(k) + u^T(k) \cdot R} \cdot u(k)] \qquad (2)$$

3) H_∞ - норма для кожної моделі:

$$\|T(j\omega)\|_\infty = \sqrt{\underset{\omega}{Sup}\bar{\sigma}(T(j\omega))} \quad 0 \le \omega \le \omega_N \qquad (3)$$

де ω_N- частота Найквиста: $\omega_N = \frac{\pi}{T_s}$.

У виразі (1,2) X - вектор змінних простору станів, u - вектор управління, E_M- оператор математичного очікування, що обчислюється по ансамблю, Q, R–

діагональні матриці, що враховують вагу кожної змінної простору станів .(Q) і керуючих впливів (R).

У виразі (3) $\bar{\sigma}$ - максимальне сингулярне число матриці $T(j\omega)$ комплементарної функції чутливості в діапазоні частот:$0 \leq \omega \leq \omega_N$.

Таким чином, можна записати комплексний показник якості у виді:

$$J = \lambda_d^n J_d^n + \lambda_s^n J_s^n + \sum_{i=1}^{m} (\lambda_d^p J_d^p + \lambda_s^p J_s^p) \qquad (4)$$

де $\lambda_d^n, \lambda_s^n, \lambda_d^p, \lambda_s^p$,– вагові коефіцієнти, що необхідні для того, щоб зробити пропорційний внесок стохастичної і детермінованої частин в складний показник якості.

Доречно помітити, що завдяки використанню цих вагових коефіцієнтів, можна досягти компромісу між якістю збуреної і номінальної систем. У вираз (4) також необхідно додати $\|H\|_\infty$-норму функції комплементарної чутливості для номінальної й збуреної моделей, після чого показник якості має вигляд:

$$J_c = J + \lambda_\infty \left[\|T_n\|_\infty + \|T_p\|_\infty \right] \qquad (5)$$

Оскільки всі ці розрахунки можна проводити тільки для стійких систем, необхідно в складний показник якості оптимізаційної процедури включити штрафну функцію, що обмежує розміщення полюсів замкнутої системи на комплексній площині.

Приклад. Робастна параметрична оптимізація дискретної СУ подовжнього руху БПЛА.

Номінальна й збурена моделі подовжнього каналу малого БПЛА, що відповідають істинній повітряній швидкості 250 км/год і 200 км/год, мають вигляд:

$$A = \begin{bmatrix} -0.0345 & 6 & -9.78 & 0 & 0 \\ -0.0041 & -1.76 & 0 & 0.99 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0.0033 & -25.7 & 0 & -2.19 & 0 \\ 0 & -69.4 & 69.4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_p = \begin{bmatrix} -0.0273 & 6 & -9.78 & 0 & 0 \\ -0.0064 & -1.39 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0.0036 & -16.1 & 0 & -1.73 & 0 \\ 0 & -55.6 & 55.6 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (6)$$

$$B = [0.36 \quad -0.16 \quad 0 \quad -31.1 \quad 0]^T;$$

$$B_p = [0.36 \quad -0.13 \quad 0 \quad -19.9 \quad 0]^T$$

де матриці збуреної моделі позначаються з індексом “p”.

На вхід регулятора надходять сигнали від датчиків висоти h, кута тангажа θ і кутової швидкості по тангажу q, відповідно, K_h, K_ϑ, K_q їхній коефіцієнти підсилення. Вектор вимірюваних координат $Y = [h, \theta, q]^T$, регулятор представляється матрицею - рядком C= [$K_{h\theta}$ $C_{h\theta q}$ K_θ K_q]*$C_{\theta q}$. Вектор стану X=[α,θ,q,h,de], а відхилення руля висоти є управлінням u.

Використовуються пристрої динамічної корекції (ПД-регулятори для контуру швидких Cqϑ і повільних рухів Ch) з наступними передатними функціями:

$$W_{Ch}(z) = K_h + \frac{K_5}{T} * \frac{(z-1)}{z}, W_{C\vartheta q}(z) = 1 + \frac{K_4}{T} * \frac{(z-1)}{z}$$

Вектор параметрів автопілоту $\vec{C}_n$, що визначається оптимізаційною процедурою, складається з наступних компонентів: $\vec{C}_n$=[K_ϑ,K_q,K_h,K_4,K_5] .

Після оптимізації вектор параметрів для подовжнього каналу буде мати вигляд:$\vec{C}_n$=[-9.2 -1 -0.05 0.14 0.008]

Чисельні характеристики номінальної й збуреної систем представлені в таблиці 1. З таблиці 1 видно, що с. к. з. перемінних стану номінальної й збуреної систем, так само як і запас стійкості, і H_2 і H_∞-норми мають невеликі розходження, цілком припустимі з погляду функціонування системи в цілому.

Таблиця 1

Чисельні характеристики номінальної й збуреної систем.

Об'єкт	С. к.з. перемінних простору стану					Запас стійкості		H_2	H_∞
	α (rad)	ϑ (rad)	q sec^{-1} (rad·)	h (m)	δe (rad)	Фаза (deg)	Ампл. (dB)		
Ном.	0.0007	0.0034	0.003	1.07	0.0017	145	20	1.59	0.43
Збур.	0.0009	0.0063	0.0035	1.39	0.0019	152	23	1.15	0.29

Застосування складного показника якості в параметричній оптимізації, основаному на змішаному H_2/H_∞ багатомодельному підході, а також застосування спеціальної штрафної функції дає можливість одночасно досягти і робастності, і гарної якості СУ БПЛА. Цей складний показник якості обчислюється для номінальної моделі, що відображує номінальні умови польоту БПЛА, і для параметрично збуреної моделі (наприклад, при зміні повітряної швидкості).

Змінюючи співвідношення вагових коефіцієнтів можна підбирати внесок кожної частини показника якості. Процедура оптимізації складається з оптимізаційної програми, програми оцінки результатів оптимізації і моделювання кінцевої СУ. Якщо результати оптимізації не задовольняють вимоги до СУ, коректуються вагові коефіцієнти в показнику якості, потім виконується оптимізаційна процедура знову доти, поки будуть досягнуті прийнятні результати всіх складових складного показника якості.

Практичне використання результатів оптимізації вимагають також моделювання динаміки системи при наявності нелінійних елементів типу насичення, зони нечутливості і т.д., що широко використовуються в реальних законах управління польотом У зв'язку з цим остаточний висновок про якість функціонування СУ роблять після її моделювання в пакеті СИМУЛІНК із використанням необхідних нелінійних функцій. Схема моделювання подовжнього каналу з включенням усіх необхідних нелінійних елементів (насичення сервопривода, коректора висоти і т.п.) при впливі стохастичних вітрових збурень показана на рис.1.

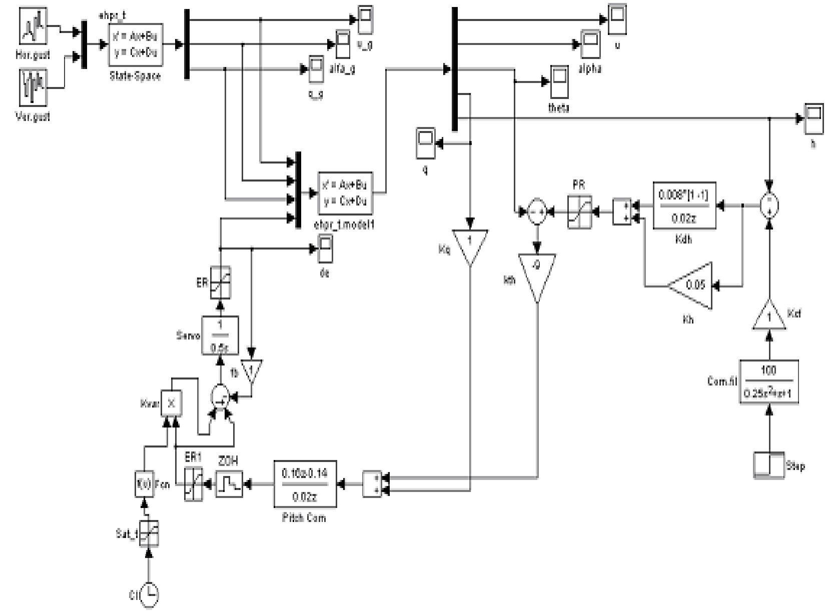

Рис. 1. Схема моделювання подовжнього каналу в пакеті Simulink.

Список літератури

1. *E.Schoemig, M. Sznaier*. Mixed H_2/H_∞ Control of Multimodel Plants. Journal of Guidance, Control and Dynamics, No.3, May-June, 1995, p.p. 525-531.

2. *Ф.А.Алиев, Н.И.Велиева, В.Б.Ларин*. О проблеме надёжной стабилизации. Проблемы управления и информатики. 1995, №6, стр. 19-27.

3. *A.A.Tynik, H.Rye, H.C.Lee*. Parametric Optimization Procedure for Robust Flight Control System Design. KSAS International Journal. Vol.2, No.2, Nov.2001, pp.95-107.

4. *Ю. П. Доброленский*. Динамика полета в неспокойной атмосфере. Машиностроение, 1969, 256с.

5. *D.McLean*. Automatic Flight Control Systems. Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, 1990, 593p.

6. *S.Skogestad, I.Postlethwaite*. Multivariable Feedback Control. Analysis and Design. John Wiley & Sons, 1997, 559p.

7. *J.Doyle, K.Glover, P.Khargonekar, B.Francis*. State –Space Solution to Standard H_2 and H_∞Control Problems. IEEE Trans. On Automatic Control.Vol.34,No.8, Aug. 1989, p.p.831-847.

8. *Ю.В. Байбородин*. Бортовые системы управления полетом. М., Транспорт,1975,336с.