

Математична модель робастної двохосної системи стабілізації і наведення інформаційно-вимірювальних пристроїв

Розглянуто особливості проектування робастних систем стабілізації та наведення інформаційно-вимірювальних пристроїв, що експлуатуються на наземних рухомих об'єктах. Отримано математичний опис об'єкта управління, встановленого у двовісному кардановому підвісі. Досліджено особливості проектування двовісних робастних систем стабілізації та наведення на підставі структурного синтезу. Наведено результати моделювання.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Проектування робастних систем управління широкого класу присвячено значну кількість робіт, наприклад [1, 2]. Особливості проектування робастних систем стабілізації інформаційно-вимірювальних пристроїв, що експлуатуються на наземних рухомих об'єктах, представлені в роботах [3, 4]. Але в цих роботах досліджуються системи, що виконує стабілізацію в горизонтальній і вертикальній площині окремо.

Метою представленої статті є дослідження особливостей проектування робастної системи стабілізації та наведення, яка забезпечує управління процесами стабілізації та наведення щодо двох осей. У такій системі дві одновісні системи з'єднані в одну і принцип дії кожної не відрізняється від принципу дії одновісної системи [5]. Платформа двовісної системи має два ступені вільності щодо рухомого об'єкта (у горизонтальній та вертикальній площині). Обертання платформи щодо третьої осі здійснюється разом з рухомих об'єктом.

Проектування робастних систем можливе на основі робастної параметричної оптимізації або робастного структурного синтезу. При параметричній оптимізації структура регулятора визначається виходячи з досвіду попередніх розробок систем досліджуваного класу [3]. Слід зазначити, що існуючі структури регуляторів систем досліджуваного типу є досить складними. При цьому система управління для одного каналу має високий порядок, що ускладнює отримання математичного опису системи, що складається з об'єкта управління і регулятора, з урахуванням взаємозв'язків вертикального і горизонтального каналів. При цьому значно ускладнюється процедура робастної параметричної оптимізації. У разі ж робастного структурного синтезу модель об'єкта управління, що враховує взаємодію вертикального і горизонтального каналу, хоч і є складною, проте дозволяє уникнути обчислювальних труднощів у процесі виконання процедури структурного синтезу.

Алгоритми структурного синтезу робастних систем стабілізації інформаційно-вимірювальних пристроїв, що експлуатуються на наземних рухомих об'єктах, досить повно представлені у роботах [4]. Тому у поданій доповіді розглядаються нові питання, що відображають специфіку взаємовпливу горизонтального та вертикального каналів системи. Насамперед, це відноситься до

створення математичного опису об'єкта управління, встановленого в двовісному кардановому підвісі. Є також деякі особливості для формування розширеного об'єкта.

Математичний опис об'єкта стабілізації та наведення, встановленого у двовісному кардановому підвісі. Досліджувана система стабілізації та наведення забезпечує управління орієнтацією в просторі апаратури вимірювання та спостереження, що встановлюється в двовісному кардановому підвісі. Цей підвіс складається з платформи, що є внутрішньою рамкою карданового підвісу, і зовнішньої рамки, підвішеної в шарикопідшипникових опорах. На платформі встановлено інформаційно-вимірювальне обладнання та гіроскопічні вимірювачі кутової швидкості, що вимірюють абсолютну кутову швидкість осей візування інформаційно-вимірювальних пристроїв.

Взаємне положення осей координат, необхідні опису кінематики системи стабілізації і наведення, представлено на рис. 1. При цьому використовуються наступні системи координат: $Ox_0y_0z_0$ - Система координат, пов'язана з наземним рухомим об'єктом; $Ox_1y_1z_1$ - Система координат, пов'язана із зовнішньою рамкою карданового підвісу; $Ox_2y_2z_2$ - Система координат, пов'язана з внутрішньою рамкою карданового підвісу (платформою). Рух платформи щодо осі z_3 не стабілізовано, і платформа відхиляється щодо цієї осі разом із рухомим об'єктом.

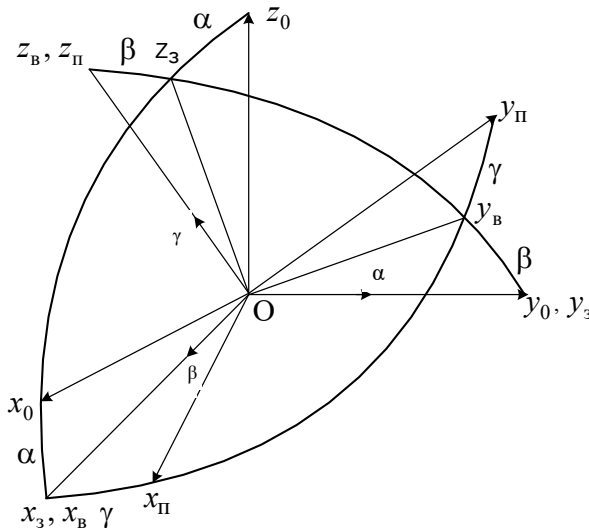


Рис. 1. Взаємне положення систем координат, пов'язаних з рухомим об'єктом та платформою

Відповідно до рис. 1 проєкції кутових швидкостей платформи з встановленим на ній корисним навантаженням на її власні осі можуть бути представлені в наступному вигляді:

$$\begin{aligned}\omega_x &= \alpha \cos \beta ; \\ \omega_y &= \beta ; \\ \omega_z &= \alpha \sin \beta .\end{aligned}\tag{1}$$

На підставі співвідношень (1) кінематичні рівняння Ейлера, які відповідають послідовності поворотів, представленої на рис. 1, набувають вигляду:

$$\alpha = \omega_x \cos \beta + \omega_z \sin \beta ;$$

$$\beta = \omega_y .\tag{2}$$

Математична модель інформаційно-вимірювальних пристроїв, що експлуатуються на рухомих об'єктах, суттєво залежить від типу рухомого об'єкта. У наведеній статті розглядається математична модель, призначена для експлуатації на наземних рухомих об'єктах.

На підставі виразів (1), (2), та математичних моделей одновісної системи стабілізації та наведення для наземних рухомих об'єктів, наведених у роботі [10], може бути отримана математична модель двовісної гіроскопічної системи стабілізації та наведення. Слід зазначити, що при складанні загальної моделі доцільно ввести деякі спрощення в систему рівнянь, а саме: знехтувати відцентровими моментами інерції. З урахуванням цих припущень математична модель системи, що забезпечує стабілізацію та управління осями візування інформаційно-вимірювального обладнання, що експлуатується на наземних рухомих об'єктах, у горизонтальній та вертикальній площині набуває вигляду:

$$\alpha = \omega_x \cos \beta + \omega_z \sin \beta ;$$

$$\beta = \omega_y ;$$

$$\alpha_e = \omega_{e\alpha} ;$$

$$\beta_e = \omega_{e\beta} ;$$

$$U_{\omega\alpha} = U_{\omega d\alpha} ;$$

$$U_{\omega\beta} = U_{\omega d\beta} ;$$

$$\omega_x = \left[-(J_z - J_y)\omega_y\omega_z - M_{fry}\text{sign}\omega_x - M_{unbx} \cos \alpha + \frac{c_r(\alpha_g - \alpha)}{n_r} \right] / J_x ;$$

$$\omega_y = \left[-(J_y - J_x)\omega_x\omega_z - M_{fry}\text{sign}\omega_y - M_{unby} \cos \beta + k_{spr}(A - \beta) + \frac{c_r(\beta_g - \beta)}{n_r} \right] / J_y ;$$

$$\omega_{e\alpha} = \left[-M_{fre}\text{sign}\omega_{e\alpha} + \frac{c_m}{R_w}U_\alpha + \frac{c_r(\alpha_g - \alpha)}{n} \right] / J_e ;$$

$$\omega_{e\beta} = \left[-M_{fre}\text{sign}\omega_{e\beta} + \frac{c_m}{R_w}U_\beta + \frac{c_r(\beta_g - \beta)}{n_r} \right] / J_e ;$$

$$U_\alpha = [-U_\alpha + k_{PWM}U_{PWM\alpha} - c_{ed}\omega_{e\alpha}] / T_{arm} ;$$

$$U_\beta = [-U_\beta + k_{PWM}U_{PWM\beta} - c_{ed}\omega_{e\beta}] / T_{arm} ;$$

$$U_{\omega d\alpha} = [-2\nu T_0 U_{\omega e\alpha} - U_{\omega\alpha} + k_{ars}\omega_x] / T_0^2 ;$$

$$U_{\omega d\beta} = [-2\nu T_0 U_{\omega e\beta} - U_{\omega\beta} + k_{ars} \omega_y] / T_0^2, \quad (3)$$

де α, β – кути повороту платформи встановленим на неї корисним навантаженням; ω_x, ω_y – кутові швидкості платформи у горизонтальній та вертикальній площинах відповідно; $\omega_{e\alpha}, \omega_{e\beta}$ – кутові швидкості двигунів, встановлених по осях, відповідно; α_e, β_e – кути повороту двигунів, встановлених по осях x, y ; $U_{\omega\alpha}, U_{\omega\beta}$ – вихідні сигнали датчиків кутової швидкості, що вимірюють абсолютні швидкості платформи з встановленою на ній корисним навантаженням по осях x, y ; $U_{\omega d\alpha}, U_{\omega d\beta}$ – похідні від вихідних сигналів датчиків; J_x, J_y, J_z – моменти інерції платформи із встановленим на ній корисним навантаженням щодо її власних осей x, y, z ; M_{frx}, M_{fry} – номінальні моменти сухого тертя по осях підвісу платформи x, y ; M_{unbx}, M_{unby} – моменти неврівноваженості по осях x, y ; k_{spr} – коефіцієнт жорсткості пружинного компенсатора; A – початковий кут зведення пружини; C_r – жорсткість редуктора; α_g, β_g – кути повороту платформи з урахуванням дії люфту приводу; M_{frex}, M_{frey} – номінальні моменти сухого тертя двигунів, встановлених по осях підвісу платформи x, y ; C_m – постійне моменту навантаження на валу двигуна; R_w – опір обмотки якоря двигуна; U_α, U_β – напруга якоря двигунів, встановлених по осях підвісу; n_r – передаточне число редуктора; T_{arm} – постійна часу ланцюга якоря двигуна; k_{PWM} – коефіцієнт передачі лінеаризованого ШІМ; U_{PWM} – напруга на вході ШІМ; C_{ed} – коефіцієнт пропорційності між кутовою швидкістю двигуна та едс; ν – відносний коефіцієнт демпфування; T_0 – постійна часу датчика кутової швидкості, k_{ars} – коефіцієнт передачі датчика кутової швидкості.

У наведених нелінійних рівняннях кути α_g, β_g визначаються відповідно до виразів $\alpha_g = \alpha_e / n_p$, якщо $|\alpha_e / n_p - \alpha| \geq 0,5\Delta$;

$$\alpha_g = \alpha, \text{ якщо } |\alpha_e / n_p - \alpha| < 0,5\Delta;$$

$$\beta_g = \beta_e / n_p, \text{ якщо } |\beta_e / n_p - \beta| \geq 0,5\Delta;$$

$$\beta_g = \beta, \text{ якщо } |\beta_e / n_p - \beta| < 0,5\Delta,$$

де Δ є значення експериментально визначеного люфту приводу системи.

Для подальших досліджень здійснюється лінеаризація рівнянь (3) щодо номінальних значень фазових координат, яка передбачає: 1) лінеаризацію виразів для моментів тертя та нерівноваженості двигуна та об'єкта стабілізації, 2) зневага люфтом приводу, моментом тертя в опорах карданового підвісу та на вал ; 3) нехтування похибкою гіроскопічного датчика кутової швидкості; 4) прийняття припущення про небагато кутів повороту платформи з метою лінеаризації тригонометричних співвідношень. Після виконання цих дій система рівнянь (3) може бути приведена до лінеаризованого вигляду та описана в просторі станів наступною четвіркою матриць :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{arm}} & 0 & -\frac{c_{ed}}{T_{arm}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{arm}} & 0 & -\frac{c_{ed}}{T_{arm}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{c_r}{J_x} & 0 & \frac{c_r}{n_r J_x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{f_\alpha}{J_x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{c_r - k_{spr}}{J_y} & 0 & \frac{c_r}{n_r J_y} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{f_\beta}{J_y} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{c_r}{n_r J_e} & 0 & -\frac{c_r}{n_r^2 J_e} & 0 & 0 & 0 & \frac{c_m}{R_{arm} J_e} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{c_r}{n_r J_e} & 0 & -\frac{c_r}{n_r^2 J_e} & 0 & 0 & 0 & \frac{c_m}{R_{arm} J_e} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_0^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{k_{ars}}{T_0^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{2v}{T_0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_0^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{k_{ars}}{T_0^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{2v}{T_0} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{unbx} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{unby} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R_w} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R_w} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

тут f_α , f_β – лінеаризовані коефіцієнти моментів тертя.

Висновки. У доповіді отримано математичний опис об'єкта системи стабілізації та наведення, встановленої у двовісному кардановому підвісі.

Список літератури

1. Zhou K. - Essentials of robust control./ Zhou K., Doyle J.C. – Oxford.: Prentice-Hall, -1999. – 411 p.
2. Skogestad S. Multivariable Feedback Control / Skogestad S., Postlethwaite I. – New York: John Wiley, 1997. – 559 p.
3. Сущенко О.А. Робастна параметрична оптимізація систем стабілізації наземних рухомих об'єктів / О.А. Сущенко // Вісник Національного авіаційного університету. – 2008. – №4. – С. 26 – 32.
4. Sushchenko O.A. Synthesis of robust controller for stabilizing system of informational-measuring devices / O.A. Sushchenko, I.V. Chaplay // Proceedings of the National Aviation University. – 2011. – №3. – P. 36 – 42.
5. Сущенко О.А. Дослідження методів H_∞ -синтезу систем стабілізації інформаційно-вимірювальних пристроїв / Сущенко О.А. // Вісник Національного авіаційного університету. – 2012. – №3. – С. 64 – 68.